HIGHLAND SCOTCH

Տետր
[illegible]
[illegible]-ի անվ. [illegible]
9²-րդ դաս-ի աշ-ուհի
[illegible]

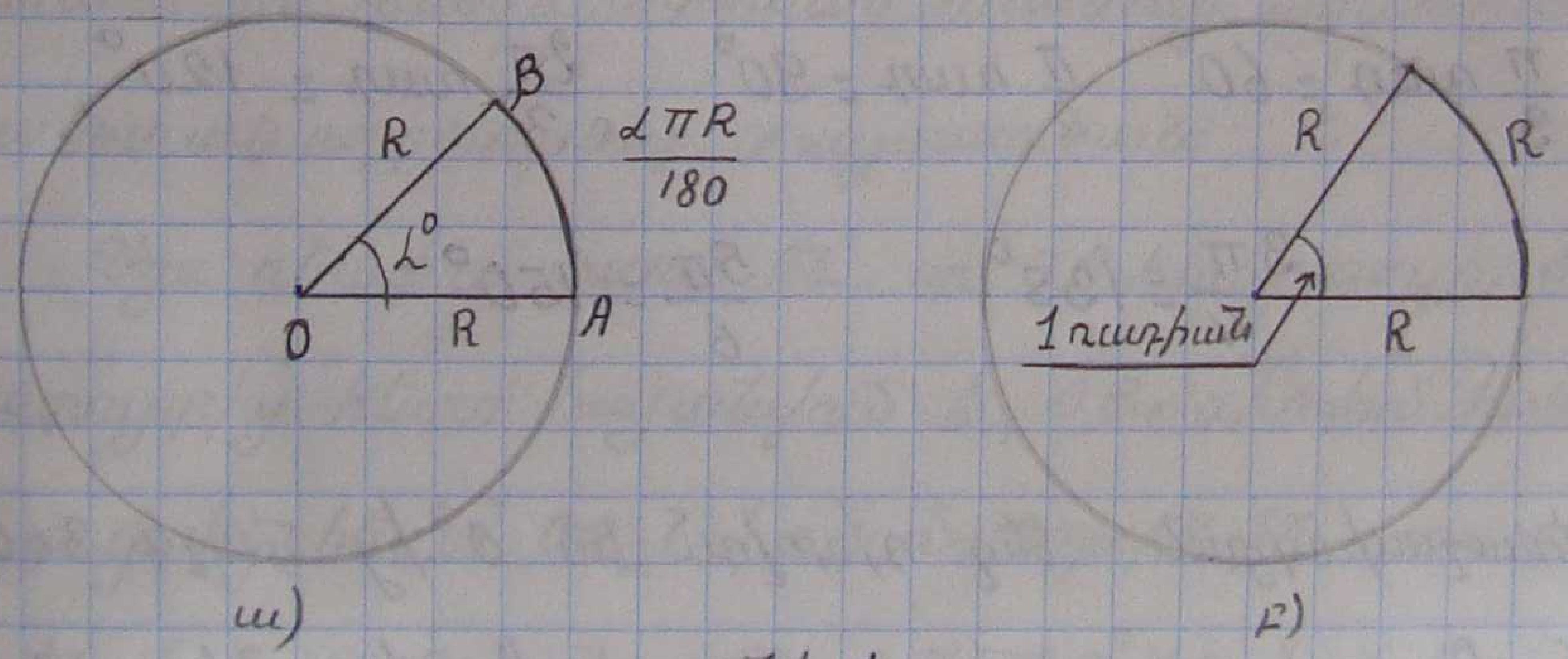
DAN-MARK

ԳԼՈՒԽ 1

ԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱՉԱՓԱԿԱՆ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐ

1. ՌԱԴԻԱՆ: ԴՐԱԿԱՆ և ԲԱՑԱՍԱԿԱՆ ՊՏՈՒՅՏՆԵՐ

Երկրաչափության դասընթացից մենք ծանոթ ենք անկյան աստիճանային չափին: Հիշենք նաև, որ եթե R շառավղով շրջանագծի կենտրոնական անկյունը α° է, ապա այդ անկյան հենման աղեղի երկարությունը $\frac{\alpha \pi R}{180}$ է (նկ. 1ա): Եթե AOB կենտրոնական անկյունը $\left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$ է, ապա AB աղեղի երկարությունը R է: Այդպիսի անկյունը ընդունենք անկյունների չափման նոր միավոր, որը կանվանենք ռադիան (նկ.1բ):



Նկ.1

ՍԱՀՄԱՆՈՒՄ 1. Մեկ ռադիան անկյուն այն կենտրոնական անկյունն է, որի հենման աղեղի երկարությունը հավասար է շրջանագծի շառավղին:

Ռադիան կրճատ գրվում է ռադ: Ինչպես գիտենք, $\left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ = 1$ ռադ կամ $180^\circ = \pi$ ռադ: Այստեղից մենք կարող ենք ստանալ ռադիանը աստիճանով և աստիճանը ռադիանով արտահայտելու բանաձևերը.

1 ռադ $= \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ \approx 57^\circ$ $\quad$ $1^\circ = \frac{\pi}{180}$ ռադ $\approx 0,0175$ ռադ

Հեշտությամբ կարող ենք պարզել, որ

0 ռադ $= 0^\circ$ $\quad$ $\frac{\pi}{6}$ ռադ $= 30^\circ$ $\quad$ $\frac{\pi}{4}$ ռադ $= 45^\circ$

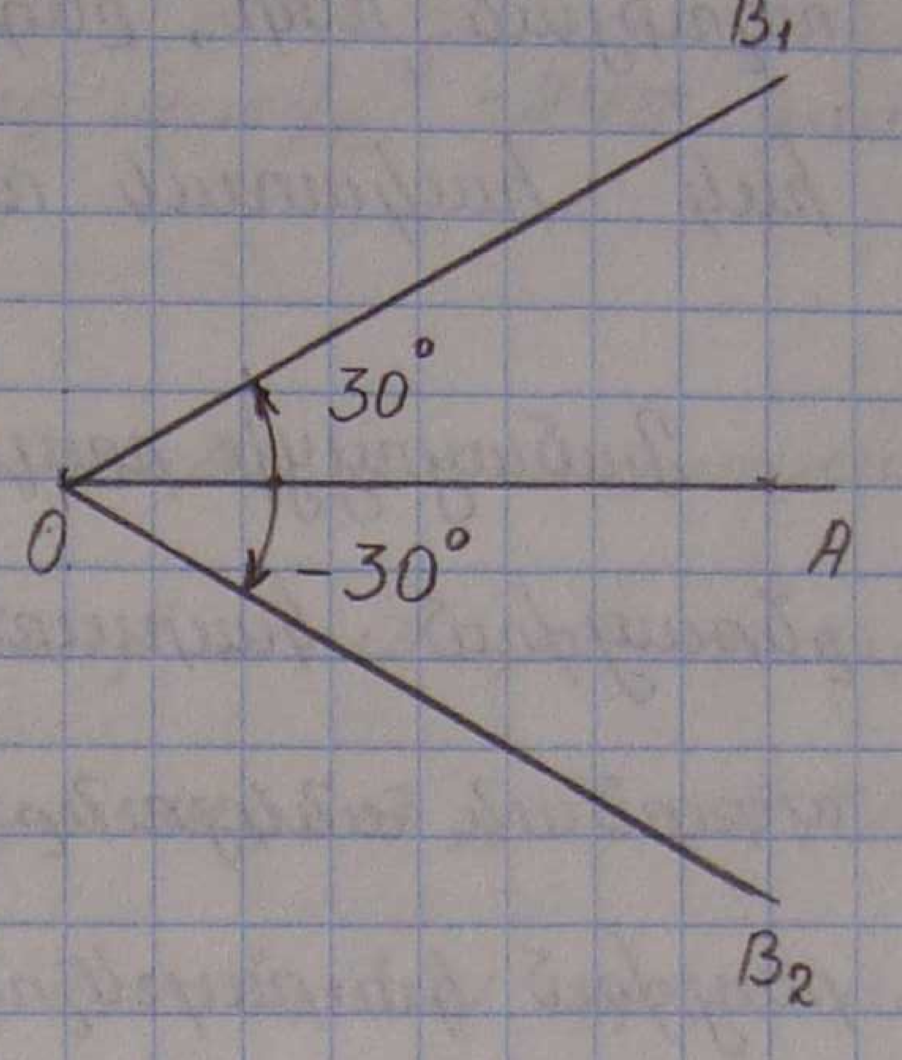
$\frac{\pi}{3}$ ռադ $= 60^\circ$ $\quad$ $\frac{\pi}{2}$ ռադ $= 90^\circ$ $\quad$ $\frac{2\pi}{3}$ ռադ $= 120^\circ$

$\frac{3\pi}{4} = 135^\circ$ $\quad$ $\frac{5\pi}{6} = 150^\circ$

Եռանկյունաչափության մեջ դիտվում են 0°-ից մինչև 360°-ի կամ 0 ռադիանից մինչև 2π ռադիանի անկյունները: Ներմուծենք պտտման անկյան գաղափարը: Դիտա-

գալում կհամոզվենք, որ նպատակահարմար է վերցնել ցանկացած բոլոր արտահայտիչ պտտման անկյունները:

Դիտարկենք OB_1 և OB_2 ճառագայթները, որոնք OA ճառագայթի հետ կազմում են միևնույն 30°-ի անկյուն: Եթե OA ճառագայթը պտտենք O կետի նկատմամբ 30°-ով, ապա այն կհամընկնի OB_1 և OB_2 ճառագայթներից որևէ մեկի հետ, կախված նրանից, թե որ ուղղությամբ է պտտվել OA-ն: Պտտման այն ուղղությունը, որով պտտվելիս OA-ն հայտնվում է OB_1 դիրքում ընդունում են որպես պտտման դրական ուղղություն, իսկ հակառակ ուղղությունը՝ բացասական:



նկ. 2

Այս դեպքում ասում են, որ OA ճառագայթը 30° պտույտից հետո հայտնվում է OB_1 դիրքում, իսկ −30° պտույտից հետո՝ OB_2 դիրքում: Այսինքն, առաջին դեպքում պտտման անկյունը 30° է, իսկ երկրորդ դեպքում −30°:

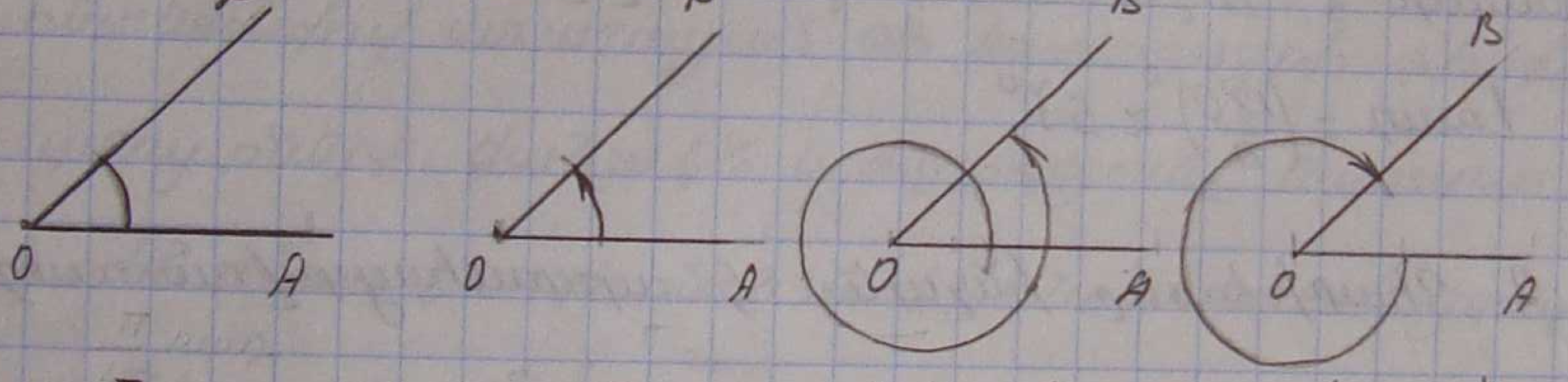
Սահմանում 2. Պտտման այն ուղղությունը, որը համընկնում է ժամացույցի սլաքների շարժման ուղղության հետ, ընդունված է դրա-բացասական, իսկ հակառակ ուղղությունը՝ դրական ուղղություն:

Ժամացույցի րոպեները ցույց տվող սլաքը 30 րոպեի ընթացքում կատարում է $-180°$-ի պտույտ, այսինքն պտտման անկյունը $-180°$ է: Հաջորդ 30 րոպեի ընթացքում կատարելով նույնման պտույտ հայտնվում է սկզբնական դիրքում: Ընդամենը 60 րոպեի ընթացքում սլաքի կատարած պտույտները, արտահայտում ենք $-360°$ կամ -2π ռադիանով, որից հետո սլաքը հայտնվել է սկզբնական դիրքում: Սլաքը այդ դիրքում հայտնվում է յուրաքանչյուր 60 րոպեն մեկ անգամ: Հետևաբար, րոպեական սլաքի դիրքը ոչ միայն պտույտի հետևանքով սլաքի գրաված դիրքը, այլև պտույտների թիվը և պտույտի ուղղությունը. նկարագրելու համար է պտտման անկյուններ արտահայտել ցանկացած թվով:

Նույն օրը ժամը 12-ին և ժամը 24-ին ժամ և

րոպե ցույց տվող պտտելիս հաշվվում են նույն թվ-
ղով: Կես օր ընթացքում (ժամը 12-ից մինչև 24-ը) ժամ
ցույց տվող սլաքը պտտվում է $-360°$-ով կամ -2π
ռադիանով, իսկ րոպե ցույց տվող սլաքը՝ -24π կամ
$-4320°$-ով անկյունով:

Հաճախ «պտտման անկյուն» բառակապակ-
ցության փոխարեն կօգտագործենք «անկյուն» բառը:
Պարզ է, որ երբ խոսքը «բացասական» կամ 2π-ից
մեծ անկյան մասին է, պետք է հասկանալ պտտման
անկյուն:



$\frac{\pi}{4}$ ռադ　　$\angle = \frac{\pi}{4}$ ռադ　　$\angle = \left(\frac{\pi}{4}+2\pi\right)$ ռադ　　$\angle = \left(\frac{\pi}{4}-2\pi\right)$ ռադ

ա)　　բ)

Նկ. 3

Դիտարկենք AOB անկյունը: Հասկանալի է, որ կան
անվերջ թվով անկյուններ, որոնցով OA ճառագայ-
թը պտտվում է ծածկում OB ճառագայթը: Օրինակ, OB ճա-
ռագայթը OA-ի հետ կկազմի $\frac{\pi}{4}$ ռադ անկյուն, երբ

$\alpha = \frac{\pi}{4}$ ռադ, $\alpha = \left(\frac{\pi}{4} + 2\pi\right)$ ռադ, $\alpha = \left(\frac{\pi}{4} - 2\pi\right)$ ռադ

Նման դեպքում բավական է գրենք այդ անկյուններից որևէ մեկը և գումարել ամբողջ թվով 2π-եր, այսինքն $\alpha = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$, որտեղ $k \in Z$:

ՀԱՐՑԵՐ ԵՎ ԴԱՍԸ

1. Ի՞նչ է մեկ ռադիանը և ինչի՞ հավասար է այն:

Մեկ ռադիան անկյունը այն կենտրոնական անկյունն է, որի հենման աղեղի երկարությունը հավասար է շրջանագծի շառավղին:

$1 \text{ ռադ} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^{\circ} \approx 57^{\circ}$

2. Աստիճանը ինչպես է արտահայտվում ռադիանով:

Քանի որ $1 \text{ ռադ} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^{\circ}$ կամ $180^{\circ} = \pi$ ռադիան $\Rightarrow$

$\Rightarrow 1^{\circ} = \frac{\pi}{180}$ ռադ $\approx 0{,}0175$ ռադ.

3. Քանի՞ ռադիան է ուղիղ անկյունը.

$90^{\circ} = \frac{\pi}{2}$ ռադ.

4. Քանի՞ ռադիան է փռված անկյունը:

180° = π ռադ

5. Պտտման ո՞ր ուղղությունն են անվանում դրական, և ո՞րը բացասական:

Պտտման այն ուղղությունը, որը համընկնում է ժամացույցի սլաքի պտտման ուղղության հետ, կոչվում է բացասական ուղղություն, իսկ հակառակ ուղղությունը՝ դրական:

6. Ինչպիսի՞ թվերով են արտահայտվում պտտման անկյունները:

Որոշակի պարզենք OA ճառագայթի պտույտի հետևանքով առաջացած OB ճառագայթի դիրքը, պտույտների քանակն և ուղղությունը նկարա- կահարծար է պտտման անկյունը արտահայտել կամայական թվով:

7. Ինչ ենք հասկանում 39° անկյուն, -7π ռադիան անկյուն ասելով:

39° անկյուն ասելով հասկանում ենք, որ OA ճառագայթը O կետի շուրջը պտտվելով դրական ուղղությամբ հայտնվել է OB դիրքում, որը OA' ճառագայթի հետ կազմում է 39° անկյուն:

$-7\pi = \pi - 8\pi = \pi - 2\cdot 4\pi = 2\pi \cdot 4$

-7π ռադիան անկյուն ասելով հասկանում ենք, որ OA ճառագայթը շարժվելով բացասական ուղղությամբ կատարել է (0 կետի նկատմամբ) 3 լրիվ պտույտ և OA սկզբնական դիրքի հետ կազմելով փռված անկյուն հայտնվել է OB դիրքում:

2. ԹՎԱՅԻՆ ԱՐԳՈՒՄԵՆՏԻ ԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱՉԱՓԱԿԱՆ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐ

Կոորդինատային հարթության վրա դիտարկենք 1 շառավղով և (0;0) կենտրոնով շրջանագիծը, որն այսուհետև կանվանենք միավոր շրջանագիծ (նկ. 4):

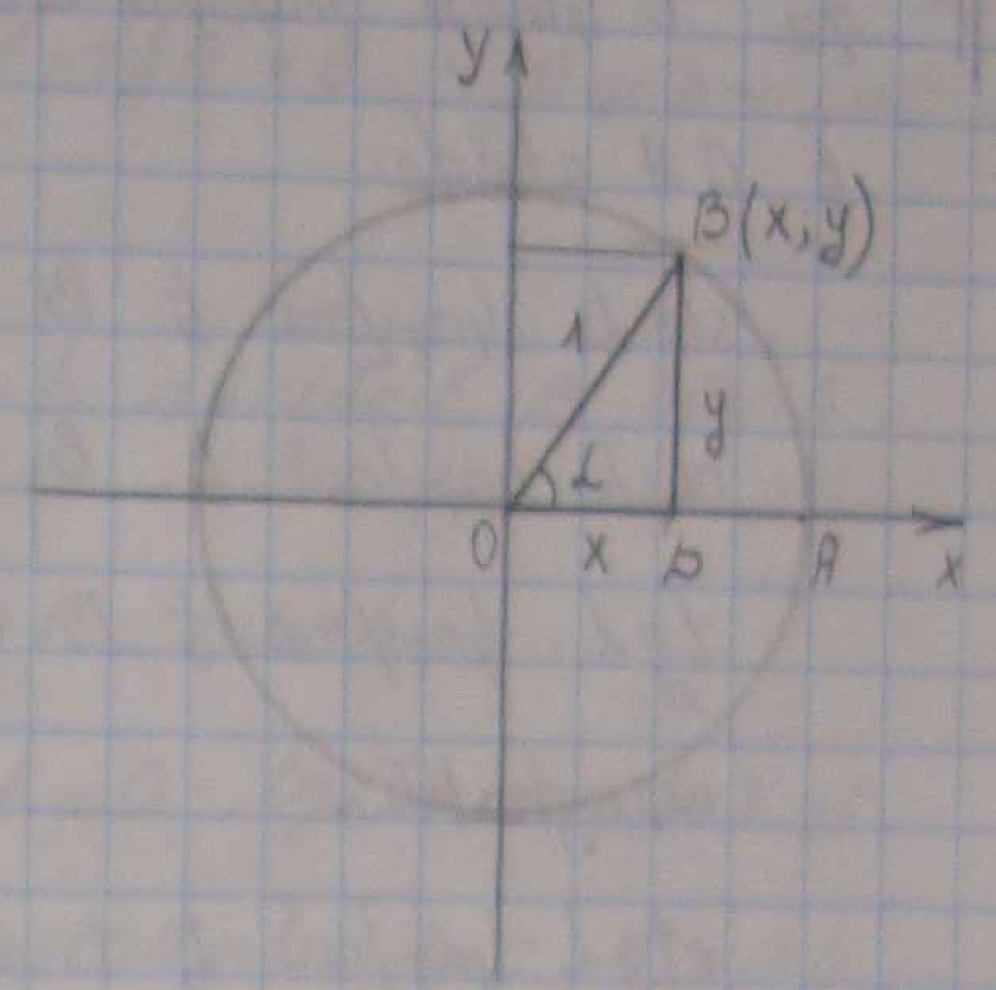
Հիշենք, որ ուղղանկյուն (համակարգում) կոորդինատային համակարգում միավոր շրջանագծի հավասարումն է՝

$$x^2 + y^2 = 1$$

Միավոր շրջանագծի OA շառավիղը, որն ունի (1;0) կոորդինատները, կանվանենք սկզբնական շառավիղ:

Դիտարկենք OB շառավիղը OA սկզբնական շառավղի հետ կազմում է α սուր անկյուն: Այդ դեպ-

փամ B կետի աբսցիսը հավասար է OBb ուղղանկյան եռանկյան Ob էջի (երկու) երկարությանը, իսկ օրդինատը՝ Bb էջի երկարությանը: Այս-պես գրենք եռանկյունաչափա-կան ֆունկցիաները.



$$\sin\alpha = \frac{Bb}{OB} = \frac{y}{1} = y$$

$$\cos\alpha = \frac{Ob}{OB} = \frac{x}{1} = x$$

$$tg\alpha = \frac{Bb}{Ob} = \frac{y}{x}$$

$$ctg\alpha = \frac{Ob}{Bb} = \frac{x}{y}$$

Այսինքն $\sin\alpha$-ն հավասար է B կետի օրդինատին, $\cos\alpha$-ն՝ աբսցիսին, $tg\alpha$-ն՝ օրդինատի հարաբերությանը աբսցիսին, $ctg\alpha$-ն՝ աբսցիսի հարաբերությանը օրդինատին.

Նման ձևով սահմանվում են ցանկացած α անկյան սինուսը, կոսինուսը, տանգենսը և կոտանգենսը:

ՍԱՀՄԱՆՈՒՄ: Դիցուք OA-ն սկզբնական շառավիղը O կետի շուրջը պտտման հետևանքով գրավում է OB դիրքը:

$\sin\alpha$ կոչվում է B կետի օրդինատը,

$\cos\alpha$ կոչվում է B կետի աբսցիսը,

$tg\,\alpha$ կոչվում է B կետի օրդինատի հարաբերությունն աբսցիսին,

$ctg\,\alpha$ կոչվում է B կետի աբսցիսի հարաբերությունն օրդինատին:

α անկյան սինուս, կոսինուս, տանգենս և կոտանգենսը կոչվում են եռանկյունաչափական ֆունկցիաներ:

Պարզ է, որ եռանկյունաչափական ֆունկցիաների արժեքները սուր անկյան համար համընկնում են երկրաչափությունից մեզ հայտնի սինուսին, կոսինուսին, տանգենսին և կոտանգենսին: Այսինքն, եթե B կետի կոորդինատներն են $(x; y)$, ապա՝

$$\sin\alpha = y \quad \cos\alpha = x \quad tg\,\alpha = \frac{y}{x} \quad ctg\,\alpha = \frac{x}{y}$$

Օրինակ 1: Եթե $\alpha = 0°$, ապա OB շառավիղը

համընկնում է OA միավոր շառավղի հետ, հետևաբար B կետն ունի $x=1;\ y=0$ կոորդինատները, այսինքն՝ $\sin 0^\circ = 0$, $\cos 0^\circ = 1$, $tg\, 0^\circ = 0$, $ctg\, 0^\circ$-ն որոշված չէ:

Օրինակ 2. $\alpha = \frac{\pi}{2}$ ռադ-ի դեպքում B կետի կոորդինատներն են $x=0;\ y=1$, ուստի

$\sin\alpha = 1$ $\cos\alpha = 0$ $ctg\,\alpha = 0$ $tg\,\alpha$-ն որոշված չէ

Պայմանավորվենք, որ այսուհետև, երբ α անկյան չափման միավոր է ընտրված ռադիանը, ապա այն բաց ենք թողնում: Այսինքն՝ գրելով $\alpha=\frac{\pi}{2}$ պետք է հասկանալ $\alpha = \frac{\pi}{2}$ ռադիան, օրինակ $\sin\frac{\pi}{2}=1$, $\sin 0 = 0$; $\cos 0 = 1$ և այլն:

Սինուսի և կոսինուսի սահմանումից անմիջապես հետևում է, որ ցանկացած α անկյան համար՝

$$-1 \le \sin\alpha \le 1 \qquad -1 \le \cos\alpha \le 1$$

Օրինակ 3. $\alpha = -\frac{\pi}{2}$-ի դեպքում B կետի կոորդինատներն են՝ $x = 0;\ y = -1$, ուստի՝ $\sin\alpha = -1$, $\cos\alpha = 0$, $ctg\,\alpha = 0$

Երբ $\alpha = 2\pi k$, որտեղ $k \in Z$, ապա OB շառավիղ-ը համընկնում է OA սկզբնական շառավղի հետ, հետևաբար B կետի կոորդինատներն են $x = 1$, $y = 0$։

երբ $\alpha = 2\pi k$, որտեղ $k \in Z$, ապա $\sin\alpha = 0, \cos\alpha = 1, tg\alpha = 0$

Երբ $\alpha = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$, ապա B կետի կոորդինատ-ներն են $x = 0; y = 1$։ Ուստի՝

$\sin\alpha = 1 \quad \cos\alpha = 0 \quad ctg\alpha = 0$, երբ $\alpha = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$

Նույն կերպ կարելի է համոզվել, որ

երբ $\alpha = \pi + 2\pi k, k \in Z$, ապա $\sin\alpha = 0, \cos\alpha = -1, tg\alpha = 0$

երբ $\alpha = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$, ապա $\sin\alpha = -1; \cos\alpha = 0, ctg\alpha = 0$

Երբ $\alpha = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$, ապա OB շառավիղը համընկնում է օրդինատների առանցքի հետ, ուստի B կետի աբսցիսը հավասար է 0-ի։

երբ $\alpha = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$, ապա $tg\alpha$-ն որոշված չէ։

Նույն բանը ~~կարելի է~~ մնացած α-ների համար tg-ը որոշված է։ Նույն դատողությունը կարելի անել կոտանգենսի համար.

երբ $\alpha = \pi k; k \in Z$, ապա $ctg\alpha$-ն որոշված չէ։

ընկած α-երի համար կոտանգենսը որոշված է:

ՀԱՍԿԱՑԵ՞Լ ԵՔ ԴԱՍԸ

1. Ո՞րն է միավոր շրջանագիծը:

Այն շրջանագիծը, որը դիտարկվում է կոորդինատային հարթության վրա, և որը ունի 1 չափի միավոր շառավղի երկարություն ու (0;0) կոորդինատներով կենտրոն, կոչվում է միավոր շրջանագիծ:

2. Սահմանել կամայական α անկյան եռանկյունաչափական ֆունկցիաները.

Դիցուք OA սկզբնական շառավիղը O կետի նկատմամբ պտույտի հետևանքով դարձել է OB դիրք.

sin α կոչվում է B կետի օրդինատը

cos α կոչվում է B կետի աբսցիսը

tg α կոչվում է B կետի օրդինատի հարաբերությունը աբսցիսին

ctg α կոչվում է B կետի աբսցիսի հարաբերությունը օրդինատին:

3. Ո՞րոնք են եռանկյունաչափական ֆունկցիաները.

Սինուս, կոսինուս, տանգենս և կոտանգենս

կոչվում են եռանկյունաչափական ֆունկցիաներ:

4. Ի՞նչ կապ կա երկրաչափությունից հայտնի սուր անկյան սինուս, կոսինուս, տանգենս, կոտանգենս հասկացությունների և այս պարագրաֆում սահմանված եռանկյունաչափական ֆունկցիաների միջև:

Եռանկյունաչափական ֆունկցիաների սահմանումը միշտ համընկնում է երկրաչափության դասընթացից մեզ հայտնի սուր անկյան սինուսի, կոսինուսի, տանգենսի, կոտանգենսի հետ: Դիցուքն, երբ B կետի կոորդինատներն են (x; y)՝ ապա

$$\sin\alpha = y, \quad \cos\alpha = x \quad tg\alpha = \frac{y}{x} \quad ctg\alpha = \frac{x}{y}$$

6. Ո՞ր անկյունների համար են որոշված սինուսը և կոսինուսը:

Սինուսը և կոսինուսը ~~որոշված են~~) կամայական թվով արտահայտվող անկյունների համար որոշված են

7. Գոյություն ունի՞, արդյոք այնպիսի α, որ $\sin\alpha = \sqrt{2}$

Կամայական անկյան սինուսը արժեքներ է ընդունում՝ $-1 \leq \sin\alpha \leq 1$ միջակայքում, ուստի ոչ

անկյան սինուսը $\sqrt{2}$ լինել չի կարող:

8. Ապացուցել, որ գոյություն չունի α անկյուն, որ $\cos\alpha = -2$:

Ա Կամայական անկյան կոսինուսը արժեքներ է ընդունում $[-1; 1]$ միջակայքում, ուստի որևէ անկյան կոսինուսը -2 լինել չի կարող:

9. Ո՞ր անկյունների համար է որոշված կոտանգենսը:

Կոտանգենսը որոշված է πk-ից տարբեր կամայական անկյան համար:

10. Տանգենսը, ո՞ր անկյունների համար որոշված չէ:

Տանգենսը որոշված չէ $\frac{\pi}{2} + \pi k$ անկյունների համար: Մնացած բոլոր անկյունների համար տանգենսը որոշված է:

Կ. Գ. ԱՌԱՔԵԼՅԱՆ

ՀԱՆՐԱՀԱՇԻՎ
ԵՎ
ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ
ԱՆԱԼԻԶԻ
ՏԱՐՐԵՐ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ԽՈՐԱՑՎԱԾ ԴԱՍԸՆԹԱՑ

ՖԻԶՄԱԹ ՀՈՍՔԻ IX ԴԱՍԱՐԱՆԻ ՀԱՄԱՐ

Գլուխ 1

ԻՐԱԿԱՆ ԹՎԵՐ

ԿՈՈՐԴԻՆԱՏՆԵՐ

ԲԱԶՄՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

1. ՌԱՑԻՈՆԱԼ ԹՎԵՐԻ ԴԱՇՏ

1. ԳՈՐԾՈՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ ՌԱՑԻՈՆԱԼ ԹՎԵՐԻ ՀԵՏ. ԴՐԱՆՑ ՀԻՄՆԱԿԱՆ ՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ (ԱՔՍԻՈՄՆԵՐ)

Յուրաքանչյուր ռացիոնալ թիվ կարող է ներկայացվել, որպես երկու ամբողջ թվերի հարաբերություն, այսինքն $\frac{p}{q}$ կոտորակի տեսքով, որտեղ p համարիչը և q հայտարարը ամբողջ թվեր են, ընդ որում $q \neq 0$: «Ռացիոնալ» արտահայտությունը առաջացել է լատիներեն ratio բառից, որը նշանակում է հարաբերություն:

Ընդունված է ռացիոնալ թվերի բազմությունը նշանակել Q-ով: Այդ բազմությունում սահմանված են գումարման և բազմապատկման գործողությունները:

Յուրաքանչյուր ռացիոնալ a և b կարգավորված զույգի համար գոյություն ունի մի թիվ, որը նշանակվում է $a+b$ (ab) և կոչվում a և b թվերի գումար(արտադրյալ-

ջակ)։

Ռացիոնալ թվերի հատկությունները.

1. (Գումարման տեղափոխական օրենք)։ Կամայական a և b ռացիոնալ թվերի համար ճիշտ է հետևյալ հավասարությունը.

$$a + b = b + a$$

2. (Գումարման զուգորդական օրենք)։ Կամայական a և b ռացիոնալ թվերի համար ճիշտ է հետևյալ հավասարությունը.

$$(a+b)+c = a+(b+c)$$

3. Կամայական a ռացիոնալ թվի համար գոյություն ունի մի թիվ (նշանակվում է 0-ով), որի համար ճիշտ է հետևյալ հավասարությունը.

$$a + 0 = a$$

4. Կամայական ռացիոնալ a թվի համար գոյություն ունի մի թիվ (նշանակվում է −a-ով, կոչվում է a թվի հակադիր), որի համար

$$a + (-a) = 0$$

5. (Բազմապատկման տեղափոխական օրենք)։ Կամ-

կամայական a և b ռացիոնալ թվերի համար ճիշտ է հետևյալ հավասարությունը.

$$ab = ba$$

6. Զուգորդական (Բազմապատկման զուգորդական օրենք): Կամայական a, b և c ռացիոնալ թվերի համար ճիշտ է հետևյալ հավասարությունը.

$$(ab)c = a(bc)$$

7. Կամայական ռացիոնալ a թվի համար գոյություն ունի մի թիվ (նշանակվում է 1-ով), որի համար ճիշտ է հետևյալ հավասարությունը.

$$a \cdot 1 = a$$

8. Կամայական ռացիոնալ $a \neq 0$ թվի համար ճիշտ է գոյություն ունի մի թիվ (նշանակվում է $\frac{1}{a}$, և կոչվում է a թվի հակադարձ), որի համար.

$$a \cdot \frac{1}{a} = 1$$

9. (Գումարման նկատմամբ բազմապատկման բաշխական օրենք): Կամայական a, b և c ռացիոնալ թվերի համար ~~գոյություն ունի~~ ճիշտ է հետևյալ հավասարությունը.

$$(a+b)c = ac + bc$$

Այն բազմությունները, որոնց համար կիրառելի են այդ հատկությունները, կոչվում են դաշտ, իսկ այդ հատկությունները՝ դաշտի աքսիոմներ: Մասնավորապես դաշտ է ռացիոնալ թվերի բազմությունը:

Վերը նշված աքսիոմները չեն ապացուցվում այլ հաստատվում են բազմաթիվ թվային օրինակներով:

Է) և Թ) հատկությունների հիման վրա սահմանվում են (հանման) տարբերության և բաժանման գործողությունները:

Ընդունված է $a+(-b)$ թիվը գրառել $a-b$ տեսքով և անվանել a և b թվերի տարբերություն:

$$a-b=a+(-b)$$

Այս արտահայտությունը չի «ապացուցվում», այլ ընդունված է, որպես տարբերության սահմանում:

Ընդունված է $a\cdot\frac{1}{b}$ թիվը գրառել $\frac{a}{b}$ (կամ $a:b$) տեսքով և կարդալ a թիվ-ը b-ի վրա բաժանելուց ստացված քանորդ (կամ՝ a և b թվերի քանորդը).

Հանման և բաժանման գործողությունների համար նոր հատկություններ չեն ներմուծվում: Դրանք կարելի է ստանալ վերևում թվարկված ինն աքսիոմներից:

Դ. ՀԵՏԵՎԱՆՔՆԵՐ ԱՔՍԻՈՄՆԵՐԻՑ

Աքսիոմների ծիրում արդեն նշված (ապացուցված) են դրա պնդումները (թեորեմները): Օրինակ. $0 \cdot 2 = 0$ հավասարությունը բերված չէ աքսիոմների շարքում: Սակայն այն ապացուցված է դաշտի աքսիոմների հիման վրա, և իրենից ներկայացնում է ոչ բարդ խնդիր:

Օրինակ 1. Ապացուցենք, որ $0 \cdot a = 0$:

Դիցուք է a թիվը: Ըստ 7) աքսիոմի a-ն կարելի է ~~$a =$~~ ներկայացնել.

~~$= 1a$~~ $a = 1a$

գրենք: Ըստ 3) աքսիոմի՝

$$a = 1a = (1+0)a$$

Ըստ 9) աքսիոմի.

$$a = 1a = (1+0)a = 1a + 0a$$

Ըստ 7) աքսիոմի կստանանք

$$a = 1a = (1+0)a = 1a + 0a = a + 0a$$

Ստացանք, որ $a = a + 0a$: Սակայն ըստ 3) աքսիոմի՝ գոյն է. յուրաքանչյուր a թվի համար գոյություն ունի մի թիվ (նշանակված է՝ 0), որի համար ճիշտ է հետևյալ հավասարությունը.

$$a = a + 0$$

2. ՀԵՏԵՎԱՆՔՆԵՐ ԱՔՍԻՈՄՆԵՐԻՑ

Աքսիոմների միջոցով արտածվում (ապացուցվում) են նրա պնդումները (թեորեմները): Օրինակ. $0\cdot 2=0$ հավասարությունը բերված չէ աքսիոմների ցանկում: Սակայն այն ապացուցվում է՝ դաշտի աքսիոմների հիման վրա, և իրենից ներկայացնում է ոչ բարդ խնդիր:

Օրինակ 1. Ապացուցենք, որ $0\cdot a=0$:

Դիցուք է a թիվը: Ըստ 7) աքսիոմի a-ն կարելի է ~~$a =$~~ ներկայացնել.

~~$=1a$~~ $a=1a$

վերածել: Ըստ 3) աքսիոմի՝

$$a=1a=(1+0)a$$

Ըստ 9) աքսիոմի.

$$a=1a=(1+0)a=1a+0a$$

Ըստ 7) աքսիոմի կստանանք

$$a=1a=(1+0)a=1a+0a=a+0a$$

Ստացանք, որ $a=a+0a$: Սակայն ըստ 3) աքսիոմի՝ կայն է. չնայած a թվի համար գոյություն ունի մի թիվ (զրոն կոչվում է՝ 0), որի համար ճիշտ է հետևյալ հավասարությունը.

$$a=a+0$$

Հետևանք՝ $0\cdot a = 0$:

Աքսիոմների միջոցով կարելի է ապացուցել նաև այլ պնդումներ: Օրինակ՝ 1) և 2) աքսիոմներից հետևում է, որ մի քանի թվերի գումարը գտնելու համար կարելի է կամայական ձևով դասավորել գումարելիների կարգը և փակագծերի դասավորությունը:

Օրինակ. $a+(b+c) = b+(c+a)$

$$(a+b)+(c+d) = a+(b+(c+d))$$ և այլն:

Նմանապես կարելի է եզրակացնել, որ մի քանի գումարելիների գումարը գրելիս կարելի է չօգտվել փակագծերից:

Աքսիոմներից հետևում է հավասարումների (հավասարումների համակարգերի) լուծման կանոնը, ինչպես նաև [illegible] կրճատ բազմապատկման բանաձևերը.

Օր. $(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a(a+b)+b(a+b) = a^2+ab+ab+$
$+b^2 = a^2+1ab+1ab+b^2 = a^2+ab(1+1)+b^2 =$
$= a^2+2ab+b^2$

$(a-b)(a+b) = (a+(-b))(a+b) = a(a+b)+(-b)(a+b) =$
$= a^2+ab-ab-b^2 = a^2+1ab-1ab-b^2 = a^2+ab(1-1)-b^2 =$

Հետևաբար՝ $0 \cdot a = 0$։

Աքսիոմների շղթայով կարելի է ապացուցել նաև այլ պնդումներ։ Օրինակ՝ 1) և 2) աքսիոմներից հետևում է, որ մի քանի թվերի գումարը գրելու համար կարելի է կամայական ձևով ընտրել գումարելիների կարգը և փակագծերի դասավորությունը։

Օրինակ. $a+(b+c)=b+(c+a)$

$(a+b)+(c+d)=a+(b+(c+d))$ և այլն։

Այստեղից կարելի է եզրակացնել, որ մի քանի գումարելիների գումարը գրելիս կարելի է չօգտվել փակագծերից։

Աքսիոմներից հետևում է հավասարումների (հավասարումների համակարգերի) լուծման կանոնը, ինչպես նաև ~~բերման բանաձ~~ կրճատ բազմապատկման բանաձևերը.

Օր. $(a+b)^2=(a+b)(a+b)=a(a+b)+b(a+b)=a^2+ab+ab+$
$+b^2=a^2+1ab+1ab+b^2=a^2+ab(1+1)+b^2=$
$=a^2+2ab+b^2$

$(a-b)(a+b)=(a+(-b))(a+b)=a(a+b)+(-b)(a+b)=$
$=a^2+ab-ab-b^2=a^2+1ab-1ab-b^2=a^2+ab(1-1)-b^2=$

$= a^2 + 0 \cdot ab - b^2 = a^2 - b^2$ և նույնը:

Աքսիոմների միջոցով ապացուցվում է նաև այն փաստը, որ հավասարության մի մասից գումարելին կարելի է տեղափոխել մյուս մաս՝ այդ գումարելիի առջևի նշանը փոխելով հակադիրի:

Ապացուցենք, որ եթե

$$a + b = c, \quad (1)$$

ապա ճիշտ է նաև, որ

$$a = c - b \text{ կամ համանման}$$

$$b = c - a \quad (2):$$

Օրինակի համար ապացուցենք վերջին պնդումը: Դրա համար ենթադրենք ճիշտ է (1) հավասարությունը: Հավասարության երկու մասերը ավելացնենք (−b)-ով:

$$(a + b) + (-b) = c + (-b)$$

Օգտվելով 2) աքսիոմից, այս (արտահայտության) հավասարությունը արտագրենք հետևյալ ձևով:

$$a + (b + (-b)) = c + (-b)$$

Հետո 4) աքսիոմի այն կգրենք հետևյալ ձևով:

$$a + 0 = c + (-b)$$

Հետո 3) աքսիոմի՝

$$a = c + (-b)$$

Բխում է նշանակում, որ $c+(-b)$ գործողությունը պայմանավորվածության համաձայն ներկայացված է $c-b$ տեսքով: Կատարելով վերջին քայլը կստանանք 2) հավասարությունը:

$$a = c - b:$$

Այս կերպ բերված պնդումները երբեք չեն քննարկվի դաշտերում: Հետևաբար, եթե այլ դաշտերում ենք հանդիպել նման պնդումներ, ապա իրավասու ենք դրանք ընդունել, որպես երկու հավասարություններ:

ԱՅԼ ԱՊԱՑՈՒՅՑՆԵՐ

1. Ապացուցել, որ $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

$(a+b)^2=(a+b)(a+b)=$ — կրկնակի պայմանը

$=a(a+b)+b(a+b)=$

$=a\cdot a+a\cdot b+b\cdot a+b\cdot b=$ — գումարի նկատմամբ բազմապատկման բաշխական օրենքը (9) կանոն)

$=a^2+ab+ab+b^2=$

$=a^2+1ab+1ab+b^2=$ — 7) ա կանոն

$=a^2+ab(1+1)+b^2=$ — 9) ա կանոն...

$=a^2+2ab+b^2$

2ա). Ապ., որ $a(b+c+d) = ab+ac+ad$.

$a(b+c+d) =$	պրկան 3 պայմանը
$= a((b+c)+d) =$	2) աքսիոմ
~~$= a((b+c)+(0+d)$~~	
$= a(b+c)+ad =$	9) աքսիոմ
$= ab+ac+ad =$	

±

բ) Ապ., որ $a+a+a = 3a$

$a+a+a =$	պրկան 3 պայմանը
$= 1a+1a+1a =$	7) աքսիոմ
$= a(1+1+1) =$	9) աքսիոմ
$= 3a$	

3. Ապ., որ եթե $ab = 0$, ապա a, b թվերից գոնե մեկը 0 է:

$ab = 0$	պայմանը
$(ab) \cdot \frac{1}{a} = 0 \cdot \frac{1}{a}$	համապատ. 2 մասը բազմ. է $\frac{1}{a}$-ով
$\left(a \cdot \frac{1}{a}\right) \cdot b = 0 \cdot \frac{1}{a}$	5) և 6) աքսիոմներ
$1 \cdot b = 0 \cdot \frac{1}{a}$	8) աքսիոմ
$b = 0 \cdot \frac{1}{a}$	7) աքսիոմ
$b = 0$	$0 \cdot z = 0$ պայմանը:

Նույն ձևով կարելի է ապացուցել, որ $a = 0$.

4. Ապց., որ եթե $a \neq 0$, ապա $ax + b = c$ հավասարման լուծումն է $x = \frac{c-b}{a}$ -ն:

$ax + b = c$	պայմանը
$(ax+b)+(-b) = c+(-b)$	հատկ. 2. մասերին ավելացնել $(-b)$
$ax+(b+(-b)) = c+(-b)$	Զուգորդական օրենք
$ax + 0 = c + (-b)$	4) աքսիոմ
$ax = c+(-b)$	3) աքսիոմ
$ax = c - b$	հանման սահմանում
$(ax)\frac{1}{a} = (c-b)\cdot\frac{1}{a}$	հատկ. 2 մասը բազմ. $\left(\frac{1}{a}\right)$-ով
$x\left(a\cdot\frac{1}{a}\right) = (c-b)\cdot\frac{1}{a}$	5) և 6) աքսիոմներ
$1\cdot x = (c-b)\cdot\frac{1}{a}$	8) աքսիոմ
$x = (c-b)\cdot\frac{1}{a}$	7) աքսիոմ
$x = \frac{c-b}{a}$	բաժանման սահմանումը

5. $\frac{c}{b}$ Ապց., որ $\frac{c}{b}\cdot b = c$ (եթե $b \neq 0$)

$\frac{c}{b}\cdot b =$	պայմանը
$= \left(c\cdot\frac{1}{b}\right) b =$	բաժանման սահմանումը

$= c\cdot\left(\frac{1}{b}\cdot b\right) =$

$= c\cdot 1 =$

$= c$

$= c \cdot \left(\frac{1}{b} \cdot b\right) =$ 6) աքսիոմ (բաշխ. զուգ. օրենք):

$= c \cdot 1 =$ 8) աքսիոմ

$= c$ 7) աքսիոմ:

Тетрадь
96 листов
ГОСТ 13309-90
Exercise-book
Zeszyt
PKWiU 22.22.20-30.20
5 905184 002596
DAN-MARK
PPU DAN-MARK 50-990 Wrocław
ul. Stabłowicka 118, (071) 356-02-90
0612